РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ГИДРОУПРУГОСТИ ДИСКА ГИДРОПЯТЫ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Павленко И.В.

Наряду с большим количеством работ, посвящённых исследованию гидропят, практически неизученной является проблема гидроупругости. Поле давлений в торцовом зазоре приводит к деформациям диска гидропяты, что в свою очередь сказывается на перераспределении давления по радиусу в связи с образованием диффузорного зазора.

Уравнения движения жидкости (уравнения Навье-Стокса) в цилиндрической системе координат (рисунок 1) имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} = F_r - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\Delta V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi}\right); \\ \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = F_\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{r\partial \varphi} + \nu\left(\Delta V_r - \frac{V_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi}\right); \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta V_z; \end{cases} \quad (1)$$

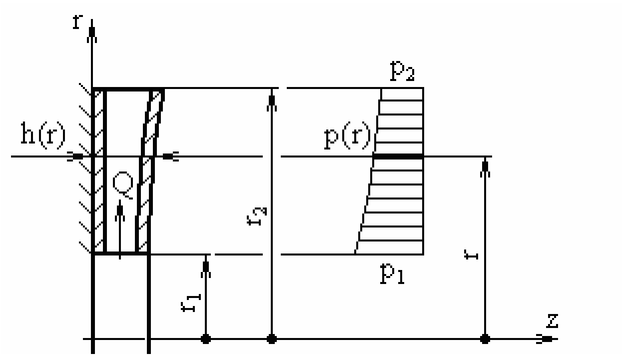

Рисунок 1 – Расчётная схема

Рассматривая стационарную задачу, а также вводя ряд допущений, связанных с рассмотрением осесимметричного случая и напорного течения, в результате решения системы (1) можно прийти к интегральной зависимости между функцией зазора и полем давления по радиусу торцовой щели:

$$p(r) = p_1 - \frac{\int\limits_{r_1}^{r} \frac{dr}{rh^3(r)}}{\int\limits_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{rh^3(r)}} \cdot \Delta p. \tag{2}$$

Поскольку функция $h(r)$ заведомо неизвестна, то необходимо учесть зависимость между давлением в торцовом зазоре и деформациями диска (уравнение Софи-Жермен):

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left\{r\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dh(r)}{dr}\right)\right]\right\} = \frac{p(r)}{D}. \tag{3}$$

Система двух последних уравнений позволяет решить проблему гидроупругости в стационарной постановке, тоесть установить поле деформаций диска гидропяты и действительный закон распределения давления в торцовом зазоре.